
"Relaciones de Similitud interválica en el Análisis de Grupos de Clases de Alturas de la Música Atonal"

CHARLES LORD

CHARLES H. LORD, "INTERVALIC SIMILARITY RELATIONS IN ATONAL SET ANALYSIS" EN,
Journal of Music Theory Vol. 25, No. 1 (1981), pp. 91-111.

[91] Mucho se ha escrito sobre las relaciones de inclusión en la set theory¹. No obstante, poco se ha dicho sobre los grupos de clases de alturas que no caen bajo la noción de inclusión, es decir, aquellos pc set de la misma cardinalidad. El esfuerzo más conocido es el trabajo pionero de Allen Forte, quien desarrolló una lista de relaciones de similitud para esta situación. Pese a su valor, estas relaciones presentan algunos aspectos problemáticos. De hecho, el presente artículo tiene su origen fundamentalmente por la disconformidad de los resultados obtenidos en los análisis que implementan las Relaciones R propuestas por Forte, tanto en términos de su precisión como de su importancia musical. [...]

Las relaciones de similitud que plantea Allen Forte están delineadas en su libro *The Structure of Atonal Music*. Allí plantea dos tipos de relaciones, una que toma en cuenta la similitud de las clases de alturas y la otra con el [92] contenido interválico. Al primer tipo de relación lo llama R_p , que presenta dos pc sets de n -cardinalidad que comparten un mismo subgrupo de cardinalidad $n-1$. Este subgrupo puede estar compuesto de clases de alturas idénticas a las dos pc set o presentado de forma transpuesta o invertida. En el primer caso, se dice que el R_p se halla "fuertemente representado"; si el mencionado subgrupo no es literalmente el mismo, R_p está "débilmente representado".

¹Un buen ejemplo es el texto "Describing Structural Aspects of Pitch-Sets Using Successive-Interval Arrays", *Journal of Music Theory* 21 (1977).

$$sf(X,Y) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 |x_i - y_i|$$

Figure 1:

En cuanto a la similitud interváltica que se basa en la comparación entre los vectores interválticos, la relación puede ser mínima o máxima. La similitud mínima o R_0 ocurre cuando el vector de dos pc sets no poseen entradas idénticas. [...]

La similitud máxima se produce cuando los vectores interválticos poseen cuatro entradas idénticas. La relación R_1 aparece cuando el vector de un conjunto de clases de alturas se obtiene a partir del intercambio de las dos entradas diferentes. La relación es R_2 si tales dos entradas no son intercambiables.

Pese a que las relaciones R proveen elementos para la discusión de la similitud de las clases de alturas y de las clases de intervalos entre pc set, aparecen varios problemas en su aplicación. Por un lado, la nomenclatura de las relaciones de similitud interváltica parece ilógica: si R_0 representa la menor similitud, R_1 no debería designar una relación más fuerte que R_2 . Por otro lado, y más importante aún, estas relaciones no cubren todas las posibilidades: la similitud de varios pares de pc set de idéntico tamaño no está definido por Forte. Así, las definiciones parecen ser arbitrarias. De hecho, la medida de similitud demanda una escala de valores *relativos*, ya que algunos grupos pueden ser considerados como menos-que-la-relación-máxima, pero más-que-la-relación-mínima. Además, no sólo que Forte señala que R_p carece de significado por sí misma, sino que cuando la relación es solo débilmente representada su aplicación posee una medida de similitud musicalmente cuestionable. Esto se refuerza por el hecho de que Forte ofrece pocos ejemplos que demuestren de manera acabada la relación R_p .

[93] En vista de estos problemas, planteamos una *función de similitud* [*sf*] que ofrece algunas ventajas (ver FIG 1).

Dicha función de similitud se lee: *para cualquier par de pc set X e Y de la misma cardinalidad, la función de similitud es igual a la mitad de la suma de los valores absolutos de las diferencias entre las correspondientes entradas de cada vector interváltico.*

Veamos un ejemplo. Teniendo para los pc set 6-1:(0,1,2,3,4,5), [543210] y 6-4:(0,1,2,4,5,6), [432321], tenemos el resultado expuesto en la figura 2. En la figura 3 tenemos la comparación de los pc set 6-8:(0,2,3,4,5,7), [343203] y 6-20: (0,2,3,4,6,8), [303603]. El grado de similitud entre los dos primeros

$$sf(6-1,6-4) = \frac{1+1+1+1+1+1}{2} = 3$$

Figure 2:

$$sf(6-8,6-20) = \frac{0+4+0+4+0+0}{2} = 4$$

Figure 3:

grupos de clases de alturas es mayor que la segunda comparación.

El resultado que obtenemos es una medida directa y clara de las magnitudes de los cambios en el contenido interválico entre vectores. La sumatoria dará 0 para vectores idénticos. Los valores distintos de 0 comenzaran con 1 y aumentarán para los pares de vectores de mayor disparidad interválica. [...]

Se pueden señalar las siguientes ventajas. Primero, el dominio de la función de similitud son todos los pc set de igual tamaño. Por lo tanto, mientras que hay una cantidad de pares de pc sets que no aparecen en las relaciones R reseñadas por Forte, la *sf* asigna un valor para cada par. Segundo, una simple función es definida para todos los sets del mismo tamaño. Ya no se impone distinguir R_0 , R_1 y R_2 porque el mismo *sf* asigna un valor específico para cada par de pc sets que se relacionen. Finalmente, como son valores cuantitativos los asignados por la función los *sf* nos dan mayor información de la que ofrecen las relaciones de Forte. De hecho, permiten afirmaciones sobre la similitud *relativa* que no son posibles con Forte².

Cuando se comparan los valores *sf* con las relaciones establecidas por Forte aparecen otras ventajas. La tabla 1 es una reproducción modificada de un tabla de relaciones R de Forte³. Es una tabla compuesta de dos tablas: la que muestra R_1 solamente y la que muestran R_1 y R_p combinadas para hexacordios. Los valores numéricos de la tabla son los valores de *sf* de los pares involucrados. La observación más obvia es la discrepancia de valores con la relación R_1 establecida por Forte. El caso de $sf(6-1,6-32)$ tal vez sea el más sorprendente. Los sets involucrados son 6-1: (0,1,2,3,4,5) con los vectores

²Además, creo que la *sf* tiene ventajas sobre otros modelos de similitud que ofrecen como resultados números irracionales, lo que no contribuye a la claridad. Por ejemplo, Richard Teitelbaum "Intervallc Relations in Atonal Music", *Journal of Music Theory* 9 (1965).

³La tabla es similar a las que aparecen más abajo, aunque reducida en la cantidad de entradas. No se la pone porque no es de importancia. N. del T.

Table 5. Sets of size 4

1	1
2	1 2
3	1 2 3
4	2 1 1 4
5	2 1 1 1 5
6	3 2 2 1 6
7	3 3 3 2 1 7
8	3 2 2 1 2 3 8
9	4 3 3 2 1 1 2 9
10	4 4 4 3 2 1 3 1 10
11	2 2 2 2 3 3 3 4 4 11
12	2 1 2 1 2 3 2 3 4 1 12
13	3 2 1 2 2 3 3 3 4 2 2 13
14	3 3 2 2 2 2 3 3 3 1 2 1 14
15	3 2 2 1 2 2 2 2 3 2 1 1 1 15
16	3 2 2 1 1 2 2 2 3 2 1 1 1 1 16
17	4 3 3 2 1 1 3 1 2 3 2 2 2 1 1 17
18	4 3 2 2 3 4 1 3 4 2 2 2 2 2 3 18
19	4 3 2 2 2 3 2 2 3 2 2 1 1 2 1 2 1 19
20	4 3 3 2 3 4 1 3 4 3 2 3 3 2 2 3 1 2 20
21	4 3 3 2 3 3 1 2 3 3 2 3 3 1 2 2 1 2 1 21
22	4 3 4 4 3 4 4 4 5 4 3 3 4 4 3 3 4 4 4 22
23	3 2 3 2 3 3 3 3 4 2 1 3 3 1 2 2 3 3 2 3 23
24	3 3 4 3 4 3 4 4 4 2 2 4 3 2 3 3 4 4 4 3 4 1 24
25	4 3 4 4 3 4 4 4 5 4 3 3 4 4 3 3 4 4 3 4 1 3 4 25
26	4 3 4 4 3 4 4 4 4 4 3 3 4 4 3 3 4 4 4 4 1 3 4 1 26
27	4 3 2 2 3 3 3 3 4 2 2 2 2 1 2 2 2 2 3 2 4 1 2 4 4 27
28	4 3 2 2 2 3 3 3 4 2 2 1 1 2 1 2 2 1 3 3 3 2 3 3 1 28
29	5 5 4 5 5 5 5 4 4 5 3 3 5 4 5 4 3 5 5 5 5 5 4 4 3 29
30	3 2 2 1 1 2 2 2 3 2 1 1 1 1 1 2 1 2 2 3 2 3 3 2 1 4

Figure 5:

3. El acorde final pc set 4-18, se halla en relación R_0 con los tetracordios de los cc. 1-5 (pc sets 4-1 y 4-25), aunque también en relación R_1 con el pc set 4-12 que suena inmediatamente antes.
4. El único tetracordio que no se mencionó es el 4-28, que se muestra en un gráfico del plano medio. La razón es que no está relacionado con otro tetracordio en el pasaje.

Siguiendo el mismo formato, los párrafos siguientes ilustran la información obtenida a través de los valores sf .

1. $sf(6-21,6-34)=1$, confirma la similitud máxima de Forte. De cualquier manera, la singularidad de R_1 con el set 6-21 no es del todo exacta. Un gráfico en la pág. 56 de *The Structure of Atonal Music* muestra que 6-21 y 6-34 también tienen una relación con 6-22. Aún así, ninguno de estos tres pc set comparten $sf=1$ con cualquier otro pc set por fuera de este grupo de tres. [109]
2. $sf(4-21,4-24) = sf(4-21,4-25) = sf(4-24,4-25) = 1$. Estos tres pares de pc set muestran que no sólo comparten similitud máxima (en el sentido

Table 6. Sets of size 5

1	1
2	1 2
3	2 1 3
4	2 1 1 4
5	3 2 2 1 5
6	4 3 2 2 1 6
7	5 4 4 3 2 2 7
8	2 2 2 2 3 3 5 8
9	3 2 2 2 2 2 4 1 9
10	3 2 2 1 2 3 4 2 2 10
11	3 2 1 2 2 2 4 2 2 2 11
12	3 2 2 1 1 2 3 2 2 1 1 12
13	4 3 2 2 2 2 4 2 1 2 2 2 13
14	4 3 3 2 1 2 2 3 2 2 2 1 2 14
15	5 4 3 3 2 2 2 3 2 3 2 2 2 2 15
16	4 3 2 2 3 2 4 2 2 1 2 2 2 3 3 16
17	4 3 2 3 3 2 4 3 3 3 1 2 2 3 3 2 17
18	4 3 2 2 2 1 3 2 2 2 1 1 2 2 2 1 1 18
19	4 3 3 2 2 2 2 3 3 2 2 1 3 2 2 2 1 19
20	5 4 3 3 2 1 2 3 2 3 2 2 2 1 2 2 2 1 2 20
21	5 4 3 4 4 3 5 4 4 4 2 3 3 4 4 3 1 2 3 3 21
22	5 4 3 3 3 2 4 3 3 3 2 2 2 3 3 2 1 1 2 2 1 22
23	3 2 3 3 3 4 4 3 3 3 2 2 4 2 4 4 3 3 3 3 4 4 23
24	4 3 3 3 2 2 4 2 1 3 2 2 2 2 2 3 3 2 3 2 4 3 2 24
25	4 3 3 2 2 3 4 3 3 1 2 1 3 2 3 2 2 2 3 4 3 2 2 25
26	4 3 2 2 3 3 5 2 2 2 2 1 3 3 2 2 2 3 3 2 3 2 2 26
27	4 3 2 3 3 3 4 3 3 3 1 2 3 2 3 3 2 2 3 2 3 3 1 2 27
28	4 3 2 2 3 3 4 2 2 2 2 2 2 3 2 2 3 2 2 3 4 3 3 2 28
29	4 3 3 2 2 3 3 3 2 2 1 3 1 3 3 3 2 2 2 4 3 1 2 29
30	5 4 3 3 2 2 4 3 2 3 2 2 1 2 2 3 2 2 3 2 3 1 2 1 2 2 2 30
31	5 4 4 3 4 4 4 4 2 4 3 4 4 4 2 4 3 2 4 5 4 4 4 2 3 4 2 3 4 31
32	5 4 3 3 2 4 3 3 2 2 2 3 3 3 1 2 1 2 2 3 2 3 2 1 2 2 2 2 2 32
33	6 6 6 6 6 6 6 4 4 6 6 6 4 6 4 6 6 6 6 6 6 6 6 4 6 4 6 4 6 6 33
34	4 3 3 3 3 3 5 2 2 3 2 2 3 3 3 3 2 3 3 4 3 2 1 2 2 2 2 2 4 2 4 34
35	4 3 4 4 4 5 5 4 4 4 3 5 3 5 5 4 4 4 5 5 1 3 3 4 2 4 2 4 5 4 6 2 35
36	3 2 2 1 1 2 3 2 2 1 1 2 1 2 2 2 1 1 2 3 2 2 2 1 2 2 2 1 2 3 2 6 2 3 36
37	4 3 2 3 3 2 4 3 3 3 1 2 2 3 3 2 1 2 2 1 1 3 3 3 2 2 3 5 2 4 2 6 3 4 2 37
38	4 3 2 2 2 1 3 2 2 2 1 1 2 2 2 1 1 1 2 1 3 2 2 2 2 2 2 2 2 3 1 6 2 4 1 1 38

Figure 6:

Scriabin, Ninth Piano Sonata Op. 68

Moderato

4-1 : [8,9,10,11] 4-1 : [2,3,4,5]

4-25 : [5,7,11,1] 4-25 : [5,7,11,1]

7-8 : [0,2,3,4,6,] 7-8 : (6,8,9,10,0)

8-12 : (6,8,9,0)

4-12 : [7,10,11,1] 4-12 : [10,1,2,4] 4-12 : [1,4,5,7] 4-12 : [4,7,8,10]

5-8 : [1,3,4,5,7] 4-21 : [1,3,5,7] 4-24 : [8,10,0,4] 4-21 : [7,9,11,1] 4-24 : [2,4,6,10]

6-34 : [10,11,1,3,5,7] 6-21 : [8,10,0,1,2,4] 6-34 : [4,5,7,9,11,1] 6-21 : [2,4,6,7,8,10] 4-18 : [3,6,9,10]

6-21 : [5,7,9,10,11,1] 6-21 : [5,7,8,9,11,1]

8-28 : (0,3,6,9)

8-28 : (0,3,6,9)

4-28 : [0,3,6,9]

© MCMXIX by MCA Music, A Division of MCA, Inc., 445 Park Avenue, New York, N.Y. 10022. Used by permission. All Rights Reserved.

Example 1

Figure 8:

de Forte), sino también valores sf idénticos. Asimismo, otros tetracordios que no caen bajo la órbita de las relaciones R muestran similitudes interesantes. Por ejemplo, los pc set 4-21 y 4-24, permanecen juntos a 4-12, con el mismo valor sf : $sf(4-12,4-21) = sf(4-12,4-24) = 3$. A modo de comparación, los pc set lineales del compás 1 son muy distintos entre sí: $sf(4-1,4-25) = 4$. De hecho, mientras que 4-21 y 4-24 tienen similitud máxima con 4-25, ellos son igualmente distintos con 4-1: $sf(4-1,4-21) = sf(4-1,4-24) = 4$. Es muy sugestivo que, dado el contexto compositivo, los valores sf se igualan de un modo tan consistente.

3. $sf(4-12,4-18) = 1$, confirmando la máxima relación R_1 . $sf(4-1,4-18) = sf(4-25,4-18) = 4$. Se confirma la ausencia de relación. Asimismo, la comparación de 4-18 con 4-21 y 4-24 parece musicalmente tan importante como la comparación entre 4-1 y 4-25, particularmente cuando el valor sf es el mismo: $sf(4-18,4-21) = sf(4-18,4-24) = 4$.
4. Todas las comparaciones que involucran al pc set 4-28:(0,3,6,9) muestran disparidades, más aún que las anteriores. Por ejemplo, el pc set 4-28 toma fragmentos de las sucesivas apariciones de 4-21 y 4-24, que tienen un alto grado de disimilitud con 4-28: $sf(4-21,4-28) = sf(4-24,4-28) = 5$. Por el otro lado, las presentaciones secuenciales de 4-12 generan el complemento de 4-28, siendo mucho menos dispar, como acontece en la sonoridad final del compás 7 (4-18): $sf(4-12,4-28) = sf(4-18,4-28) = 3$. De hecho, aunque el valor 3 puede parecer relativamente alto, en realidad es el valor mínimo posible para las relaciones con 4-18 (ver tabla 5).

Pareciera que los valores sf nos brindan una imagen más completa y específica de la similitud interválica. La propuesta de Forte obstaculiza estas indagaciones por la escasez de relaciones R entre tetracordios. Así, los valores sf abarcan de manera exhaustiva las posibles relaciones entre pc set de la misma cardinalidad siendo, tal vez, el aporte más significativo. [...]

traducción, Francisco Uberto
edición y corrección, federico sammartino
mayo, 2011

